Quadratische Funktion / Parabel

Funktionsgleichung

$f(x) = ax^2 + bx + c$ (allgemeine Form)

x-Wert des Scheitels

$x_s = \frac{-b}{2a}$

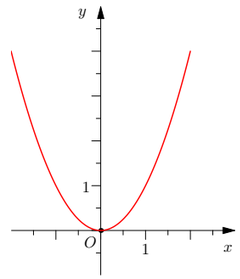
Scheitelform

$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$

Scheitelpunkt $S(x_s/y_s)$

Graph (Parabel)

a =1
b = 0
c = 0
Normalparabel



a > 0 nach oben geöffnet 😊

a < 0 nach unten geöffnet 😢

|a| > 1 gestreckt gegenüber Normalparabel

0 < |a| <1 gestaucht gegenüber Normalparabel

Nullstellen

beim Graphen:
Schnitt*stellen* mit der x-Achse

Ansatz $f(x) = 0$

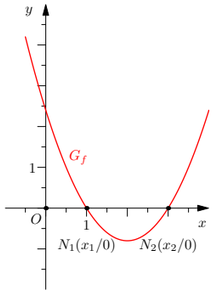
$ax^2 + bx + c = 0$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (Lösungsformel)

$D = b^2 - 4ac$ (Diskriminante)

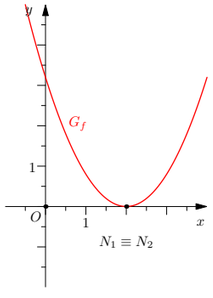
3 Fälle

- 2 (verschiedene) Nullstellen, z. B.



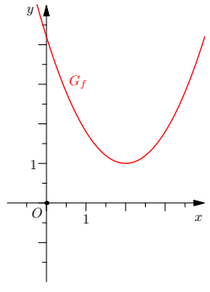
$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$

- 1 Nullstelle (doppelt), z. B.



$x_1 = x_2$

- keine Nullstelle, z. B.



3 Fälle

- 2 (verschiedene) Lösungen

$D > 0$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- 1 Lösung (doppelt)

$D = 0$

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

- keine Lösung

$D < 0$

$a = 1$ Satz von VIETA möglich

andere Schreibweise
der quadratischen Gleichung

$x^2 + px + q = 0$

$x_1 \cdot x_2 = q$

$x_1 + x_2 = -p$

Beispiel

$x^2 + 5x + 6 = 0$ liefert $p = 5$ und $q = 6$

$x_1 = -2$ $x_2 = -3$

Reuss (nach: A. Brinkmann, »Wissensnetze nutzen«, mathematik lehren, 173 (2012), S. 59)